Universität des Saarlandes
Fachbereich 14 – Informatik
Prof. Dr. G. Hotz / Dr. E. Schömer / T. Chadzelek

6. Übungsblatt Informatik III
(Abgabe: 2. Dezember 1998)

1. **Aufgabe**: REALISIERUNG DURCH SCHALTWERKE (I) (Punkte: 6)

   (a) Realisieren Sie die endlichen Automaten zu den regulären Ausdrücken $00^*1(0 \cup 11)^*$ und $(0(0 \cup 1)0)^*0(0 \cup 1)1$ durch Schaltwerke entsprechend der Konstruktion aus der Vorlesung; verwenden Sie dabei nur eine Leitung für die Eingabe und keine anderen Bausteine als Flipflops und binäre Gatter.

   (b) Dokumentieren Sie die Funktion dieser beiden Schaltwerke durch Tabellen, die den „Programmablauf" für die Eingaben 011 und 010011 darstellen. *Hinweis:* Geben Sie zu jedem bereits gelesenen Präfix der Eingabe den aktuellen Zustand der Flipflops an.

   (c) Wie entstehen aus obigen Schaltwerken solche für die Vereinigung, den Schnitt und das Komplement der Sprachen?

2. **Aufgabe**: REALISIERUNG DURCH SCHALTWERKE (II) (Punkte: 6)

   Seien $L_n := \{u \cdot v \mid u, v \in \{a, b\}^n, u \neq v\}$ und $M_n := \{w \cdot b_i \mid w \in A_n^* \text{ enthält } a_i\} \subset (A_n \cup B_n)^*$ mit $A_n := \{a_1, \ldots, a_n\}$, $B_n := \{b_1, \ldots, b_n\}$.

   (a) Realisieren Sie entsprechend der Konstruktion aus der Vorlesung den NEA für L_2 durch ein Schaltwerk, wobei Sie die Eingabezeichen a und b durch Einheitsvektoren $(1, 0)$ und $(0, 1)$ kodieren! Ersetzen Sie die Kästchen „$x = x_i$?" durch deren Realisierung!

   (b) Die obige Konstruktion über den NEA ergibt für L_n ein Schaltwerk mit $2n(n+1)$ Flipflops. In der Vorlesung wurde eine direkte Realisierung durch zwei Schieberegister mit $4n$ Flipflops angegeben. Kommen Sie mit $2n + 2$ Flipflops aus? *Hinweis:* Überlappen Sie die beiden Schieberegister und achten Sie auf korrekte Funktion.

   (c) Kann es zu M_n ein Schaltwerk mit weniger als n Flipflops geben? Beweisen Sie Ihre Antwort.

3. **Aufgabe**: ABSCHLUSSEIGENSCHAFTEN (Punkte: 8)

   Sei $L \in \mathrm{REG}(\mathcal{X}^*)$ eine beliebige reguläre Menge und $\mathfrak{a}$ ein NEA, der L akzeptiert.

   (a) Geben Sie (eine Konstruktionsvorschrift für) einen NEA $\overline{\mathfrak{a}}$ an, der $\overline{L} := \{\overline{x} \mid x \in L\}$ akzeptiert, wobei $\overline{x}$ das gespiegelte Wort zu x sei.

   (b) Ist die Teilmenge der *Palindrome* $\mathrm{Otto}(L) := \{x \in L \mid x = \overline{x}\} = L \cap \overline{L}$? Zeigen Sie, daß $\mathrm{Otto}(L)$ im allgemeinen nicht regulär ist. *Hinweis:* Betrachten Sie $L = 0^*10^*$ und führen Sie für beliebiges $n \in \mathbb{N}$ die Annahme zum Widerspruch, daß es einen DEA für $\mathrm{Otto}(L)$ mit n Zuständen gäbe.

   (c) Indem man $\mathfrak{a} \times \overline{\mathfrak{a}}$ bildet, kann man $\mathrm{Ot}(L) := \{x \mid x \cdot \overline{x} \in L\}$ akzeptieren. Wie muß man dabei die Start- und Endzustände wählen?

   (d) Nun interessiert uns ein NEA $\mathfrak{a}_{k\cdot}$, der $L_{k\cdot} = \{u \in \mathcal{X}^* \mid \exists v \in L : |v| = k \cdot |u|\}$ akzeptiert, also alle Wörter, für die irgendein k-mal so langes Wort in L liegt. *Hinweis:* Konstruieren Sie zunächst $\mathfrak{a}_{1\cdot}$ und erweitern Sie die Konstruktion dann.