Universität des Saarlandes

Fachbereich 14 – Informatik

Prof. Dr. G. Hotz / Dr. E. Schömer / T. Chadzelek

5. Übungsblatt Informatik III

(Abgabe: 25. November 1998)

1. **Aufgabe**: $\times$-PRODUKT VON AUTOMATEN (Punkte: 8)

   Seien $\mathfrak{a} = (G_\mathfrak{a}, S_\mathfrak{a}, T_\mathfrak{a}, \mu_\mathfrak{a}, \mathcal{X})$, $\mathfrak{b} = (G_\mathfrak{b}, S_\mathfrak{b}, T_\mathfrak{b}, \mu_\mathfrak{b}, \mathcal{X})$ zwei NEAs mit Sprachen $L_\mathfrak{a}$, $L_\mathfrak{b}$; es sei jeweils $G_x = (V_x, E_x)$ und alle Kantenbeschriftungen seien aus $\mathcal{X}$. Gesucht ist ein EA für $L = L_\mathfrak{a} \cap L_\mathfrak{b}$. Die Konstruktion eines Automaten $\mathfrak{d}$ gemäß $L = \overline{\overline{L_\mathfrak{a}} \cup \overline{L_\mathfrak{b}}}$ erfordert zweimalige Komplementbildung und erzeugt einen unnötig großen EA.

   Daher wird nun $\mathfrak{c} := \mathfrak{a} \times \mathfrak{b}$ definiert als $(G_\mathfrak{c}, S_\mathfrak{c}, T_\mathfrak{c}, \mu_\mathfrak{c}, \mathcal{X})$ mit $V_\mathfrak{c} := V_\mathfrak{a} \times V_\mathfrak{b}$ (*kartesisches Produkt*). Zwei Knoten in $G_\mathfrak{c}$ seien durch eine mit $x \in \mathcal{X}$ beschriftete Kante verbunden, wenn die entsprechenden Komponenten in $G_\mathfrak{a}$ und $G_\mathfrak{b}$ dies sind.

   (a) Wie muß man $S_\mathfrak{c}, T_\mathfrak{c}$ wählen, damit $L_\mathfrak{c} = L$? Beweisen Sie die Korrektheit der Konstruktion.

   (b) Wieviele Zustände hat $\mathfrak{c}$ im Vergleich zu $\mathfrak{d}$? Ist dieser Vergleich „fair"?

   (c) Konstruieren Sie auf diese Weise einen Akzeptor für die durch $00^*1(0 \cup 11)^* \cap (0(0 \cup 1)0)^*0(0 \cup 1)1$ definierte Sprache (hierbei wurden die Mengenklammern weggelassen).

   (d) Für $0 < m \in \mathbb{N}$ sei $L_m := \{0^{mn} \mid n \in \mathbb{N}\}$. Geben Sie einen Akzeptor für L_m mit m Zuständen an. Zeigen Sie, daß jeder Akzeptor für $L_p \cap L_q$ mindestens $\mathrm{kgV}(p, q)$ Zustände besitzt (kgV bezeichnet das kleinste gemeinsame Vielfache); dabei sind nur einzelne Nullen als Kantenmarkierung erlaubt.

2. **Aufgabe**: DEHNSCHES GRUPPENBILD (Punkte: 3)

   Es sei $\mathcal{B}$ das von $\mathbb{B}$ erzeugte *kommutative*, aber ansonsten freie Monoid. Wie unterscheiden sich die Dehnschen Gruppenbilder von $\mathcal{B}$ und $\mathbb{B}^*$? *Hinweis:* Machen Sie sich zunächst klar, wie die Elemente von $\mathcal{B}$ aussehen.

3. **Aufgabe**: (NICHT-)REGULÄRE MENGEN (Punkte: 4)

   (a) Sei $L \in \mathrm{REG}(\mathcal{X}^*)$. Zeigen Sie, daß auch $\mathrm{Präfix}(L) := \{u \in \mathcal{X}^* \mid \exists v \in \mathcal{X}^* : uv \in L\}$ regulär ist.

   (b) Zeigen Sie, daß $M := \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\} \notin \mathrm{REG}(\mathbb{B}^*)$. *Hinweis:* Es genügt zu zeigen, daß $\#\mathrm{synt}_{\mathbb{B}^*}(M) = \infty$. Betrachten Sie dazu $0^n 1$ für $n \in \mathbb{N}$.

4. **Aufgabe**: LINEARE GRAMMATIKEN (Punkte: 5)

   Seien $G_\mathfrak{a} = (\{U, V, W\}, \mathbb{B}, P_\mathfrak{a}, U)$ und $G_\mathfrak{b} = (\{X, Y, Z\}, \mathbb{B}, P_\mathfrak{b}, X)$ zwei rechtslineare Grammatiken mit

   $$P_\mathfrak{a} := \{(U, 0U),\ (U, 0V),\ (V, 1),\ (V, 1W),\ (W, 0),\ (W, 0W),\ (W, 1V)\},$$
   $$P_\mathfrak{b} := \{(X, 0Y),\ (Y, 0Z),\ (Y, 1Z),\ (Z, 0X),\ (Z, 1)\}$$

   (a) Beschreiben Sie die Sprachen $L_\mathfrak{a}, L_\mathfrak{b}$ durch reguläre Ausdrücke.

   (b) Erläutern Sie an diesem Beispiel die allgemeine Konstruktion einer rechtslinearen Grammatik für $L_\mathfrak{a} \cup L_\mathfrak{b}$, $L_\mathfrak{a} \cdot L_\mathfrak{b}$, $L_\mathfrak{a}^+ := L_\mathfrak{a} \cdot L_\mathfrak{a}^*$ aus gegebenen Grammatiken für $L_\mathfrak{a}, L_\mathfrak{b}$.