Universität des Saarlandes

Fachbereich 14 – Informatik

Prof. Dr. G. Hotz / Dr. E. Schömer / T. Chadzelek

4. Übungsblatt Informatik III

(Abgabe: 18. November 1998)

1. **Aufgabe**: NORMALFORM EINES DEA (Punkte: 3)

   Sei $L \in \mathrm{REG}(\mathcal{X}^*)$ eine reguläre Sprache mit $\varepsilon \notin L$. Zeigen Sie, daß es für L im allgemeinen keinen deterministischen endlichen Akzeptor (DEA) $\mathfrak{a} = (\mathcal{W}(G), S, T, \mu, \mathcal{X})$ gibt, für den *zusätzlich* $\#T = 1$ gilt. Hierbei sei $G = (V, E)$ und *deterministisch* bedeute, daß $\#S = 1$, $\mu : E \to \mathcal{X}$ und

   $$\forall v \in V \, \forall x \in \mathcal{X} : \; \#\{e \in E \mid Q(e) = v \wedge \mu(e) = x\} = 1.$$

2. **Aufgabe**: DEA VERSUS NEA (Punkte: 6)

   Sei $A := \{a_1, \dots, a_n\}$, $B := \{b_1, \dots, b_n\}$ und $L := \{w \cdot b_i \mid w \in A^* \text{ enthält } a_i\} \subset (A \cup B)^*$.

   (a) Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Akzeptor (NEA) für L an, der mit *linear vielen* Zuständen bezüglich n auskommt.

   (b) Beweisen Sie, daß jeder DEA für L mindestens 2^n Zustände besitzt.

   (c) Woran erinnert Sie die Sprache $\{u \cdot v \mid u, v \in \mathbb{B}^n, u \neq v\}$? Zeichnen Sie gemäß der Konstruktion aus der Vorlesung den zugehörigen Akzeptor für $n = 3$.

3. **Aufgabe**: POTENZMENGENKONSTRUKTION DES DEA (Punkte: 7)

   Sei $\mathfrak{a} = (\mathcal{W}(G), S, T, \mu, \mathcal{X})$ ein NEA mit $G = (V, E)$ und $\mu : E \to \mathcal{X} \cup \{\varepsilon\}$, der *nicht vollständig* zu sein braucht. Hierzu wird direkt der DEA $\mathfrak{a}' = (\mathcal{W}(G'), S', T', \mu', \mathcal{X})$ konstruiert, wobei $G' = (V', E')$, $V' = 2^V$, $S' = \{S\}$, $\mu' : E' \to \mathcal{X}$ und[1]

   $$e \in E' \iff Z(e) = Z(\{w \in \mathcal{W}(G)(Q(e), V) \mid \mu(w) = \mu'(e)\}).$$

   (a) Welcher Zustand übernimmt nun die Rolle von P_∞ als „absorbierendes Element"?

   (b) Wie muß man T' definieren, damit $L_{\mathfrak{a}} = L_{\mathfrak{a}'}$ gilt? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

   (c) Geben Sie ein Beispiel für einen *vollständigen* NEA $\mathfrak{a}$ und eine Eingabe $u \in L_{\mathfrak{a}} \subset \mathcal{X}^*$, so daß es einen Weg $w \in \mathcal{W}(G)(S, V \setminus T)$ gibt mit $\mu(w) = u$. Übertragen Sie diesen Weg in den zugehörigen DEA $\tilde{\mathfrak{a}}$ gemäß der Konstruktion aus der Vorlesung und erkennen Sie das Problem, das sich hieraus für den Beweis $L_{\tilde{\mathfrak{a}}} \subset L_{\mathfrak{a}}$ ergibt.

4. **Aufgabe**: REGULÄRE AUSDRÜCKE (Punkte: 4)

   Geben Sie für die folgenden Sprachen $L \subset \mathbb{B}^*$ *reguläre Ausdrücke* an, die aus den Atomen $\emptyset$, $\{0\}$ und $\{1\}$ durch die Operationen $\cdot, \cup, \cap, {}^*$ und Negation entstehen.

   (a) $L := \{w \in \mathbb{B}^* \mid \|w\|_0 \equiv 0 \mod 3 \;\wedge\; \|w\|_1 \equiv 0 \mod 4\}$

   (b) $L := \{x \cdot w \cdot \bar{x} \mid x, w \in \mathbb{B}^+\}$, dabei sei $\bar{x}$ das gespiegelte Wort zu x und $\mathcal{X}^+ := \mathcal{X}^* \setminus \{\varepsilon\}$.

---

[1] Für alle Knoten $Q \in V'$, d.h. $Q \subset V$, und alle $x \in \mathcal{X}$ gibt es *genau eine* Kante $e \in E'$ mit Quelle $Q(e) = Q$, Beschriftung $\mu'(e) = x$ und Ziel $Z(e) = \{Z(w) \mid w \in \mathcal{W}(G), Q(w) \in Q, \mu(w) = x\}$.