Universität des Saarlandes
Fachbereich 14 – Informatik
Prof. Dr. G. Hotz / Dr. E. Schömer / T. Chadzelek

3. Übungsblatt Informatik III

(Abgabe: 11. November 1998)

1. **Aufgabe**: AKZEPTOR (Punkte: 5)

   Sei $\|w\|_x$ für $x \in \mathbb{B} := \{0, 1\}$ die Anzahl der x in $w \in \mathbb{B}^*$. Betrachten Sie folgende Sprache:

   $$L := \{w \in \mathbb{B}^* \mid \|w\|_0 \equiv 0 \mod 3 \ \wedge \ \|w\|_1 \equiv 0 \mod 4\}.$$

   (a) Bestimmen Sie $\mathit{synt}_{\mathbb{B}^*}(L)$.

   (b) Geben Sie den daraus resultierenden endlichen Akzeptor von L an.

2. **Aufgabe**: RÖMISCHE ZAHLEN (Punkte: 5)

   Entwerfen Sie einen deterministischen endlichen Automaten $a = (\mathcal{X}, \mathcal{Z}, \mathcal{Y}, \delta, \lambda, z_0)$ zur Dekodierung römischer Zahlen. Dabei interessieren wir uns nur für das Verhalten bei syntaktisch korrekten Eingaben über dem Alphabet $\mathcal{X} = \{\mathtt{I}, \mathtt{V}, \mathtt{X}, \mathtt{L}\}$; als Ausgabemonoid wird $\mathcal{Y} = (\mathbb{Z}, +)$ verwendet (d.h. die Summe der Einzelausgaben ergibt das gesuchte Ergebnis).

   (a) Geben Sie den Automaten wieder als gerichteten Graphen an, zeichnen Sie einen Startzustand aus, und markieren Sie die Kanten mit den Ein- und Ausgaben gemäß der Übergangs- und Ausgabefunktionen δ, λ.

   (b) Nach welchen Regeln läßt sich Ihr Automat an weitere römische Zahlzeichen (z.B. $\mathtt{C}, \mathtt{D}, \mathtt{M}$) anpassen, und wie wächst seine Größe dabei?

3. **Aufgabe**: VERSCHIEDENES (Punkte: 4)

   (a) Sei $E \subset A^*$ *präfixfrei*, d.h. es gibt kein $u \neq v \in E$ und $w \in A^*$ mit $u = v \cdot w$. Zeigen Sie, daß E ein freies Erzeugendensystem von $\langle E \rangle_{A^*}$ ist.

   (b) Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie, daß $\mathcal{W}(G) \subset E^*$ regulär ist.

4. **Aufgabe**: FREIE GRUPPE (Punkte: 6)

   Sei wie bisher $\Sigma := \Sigma^+ \cup \Sigma^-$ mit $\Sigma^+ = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_n\}$ und $\Sigma^- = \{\sigma_1^-, \ldots, \sigma_n^-\}$. Ferner sei N das kleinste Untermonoid von Σ^* mit $u \in N \Rightarrow \sigma_i u \sigma_i^-, \sigma_i^- u \sigma_i \in N$ für $i \in [1 : n]$. Zeigen Sie:

   (a) $\mathit{synt}_{\Sigma^*}(N)$ ist eine Gruppe.

   (b) $\{[\sigma] \mid \sigma \in \Sigma\}$ ist ein Erzeugendensystem von $\mathit{synt}_{\Sigma^*}(N)$.

   (c) Jede Klasse $[u]_N$ enthält genau ein Element minimaler Länge.