Universität des Saarlandes

Fachbereich 14 – Informatik

Prof. Dr. G. Hotz / Dr. E. Schömer / T. Chadzelek

13. Übungsblatt Informatik III

(Abgabe: 10. Februar 1999)

1. **Aufgabe**: SEMI-THUE-SYSTEME (Punkte: 4)

δ	$\sqcup$	1
A	$(B, 1, R)$	$(C, 1, L)$
B	$(C, 1, R)$	$(Z, 1, L)$
C	$(A, 1, L)$	$(B, \sqcup, L)$

Beschreiben Sie die abgebildete Turingtafel einer Maschine mit Alphabet $\{\sqcup, 1\}$ und Zustandsmenge $\{A, B, C, Z\}$ durch die Produktionen eines Semi-Thue-Systems (STS). Was berechnet die Maschine mit Startzustand A angesetzt auf leeres Band?

δ	$\sqcup$	1
A	$(B, 1, R)$	$(B, 1, L)$
B	$(A, 1, L)$	$(D, \sqcup, L)$
C	$(C, 1, R)$	$(A, \sqcup, R)$
D	$(Z, 1, R)$	$(C, 1, L)$

δ	$\sqcup$	1
A	$(B, 1, L)$	$(A, 1, L)$
B	$(C, 1, R)$	$(B, 1, R)$
C	$(A, 1, L)$	$(D, 1, R)$
D	$(A, 1, L)$	$(E, 1, R)$
E	$(Z, 1, L)$	$(C, \sqcup, R)$

Bonusaufgabe (8 Punkte): Was berechnen die TM zu den nebenstehenden Turingtafeln jeweils mit Startzustand A angesetzt auf leeres Band?

2. **Aufgabe**: POSTSCHES KORRESPONDENZPROBLEM (Punkte: 10)

In der Vorlesung wurde das allgemeine *Postsche Korrespondenzproblem* (PKP) vorgestellt und das Wortproblem für STS darauf reduziert, um die Unentscheidbarkeit des PKP zu zeigen. Da dabei die Berechnung einer TM nachgebildet wird, will man den Anfang einer Kombination kontrollieren.

Falls $P = \{(p_1, q_1), \ldots, (p_k, q_k)\} \subset A^* \times A^*$ das Produktionensystem des PKP mit Alphabet A ist, so besteht seine Lösung aus einer Indexfolge $i_1, \ldots, i_n$ mit $p_{i_1} \ldots p_{i_n} = q_{i_1} \ldots q_{i_n}$. Beim *modifizierten* PKP (MPKP) verlangt man $i_1 = 1$.

(a) Reduzieren Sie das folgende Wortproblem für STS auf das PKP gemäß dem Beweis aus der Vorlesung und stellen Sie die Ableitung des STS über dem Alphabet $\{a, \ldots, z\}$ als Kombination des PKP dar: $P := \{at \to hei,\ bl \to c,\ ebu \to hr,\ g \to fo,\ t \to n,\ uhr \to i\}$.

$$uebungsblatt \overset{?}{\to} infoschein$$

(b) Sei ein MPKP (P', A') gegeben. Modifizieren Sie es zu einem PKP (P, A) mit gleicher Lösbarkeit. Dies reduziert also MPKP auf PKP.

Hinweis: Sorgen Sie durch Einführung eines neuen Symbols dafür, daß nur eine bestimmte Produktion am Anfang einer Lösung verwendet werden kann. Was passiert am Ende?

(c) Wie kann man einen (hypothetischen) Algorithmus zur Entscheidung von MPKPs nutzen, um PKPs zu entscheiden?

3. **Aufgabe**: FREIHEITSPROBLEM (Punkte: 6)

Sei A ein Alphabet mit $\#A > 2$ und $Y \subset A^* \times A^*$. Dann ist die Frage „$\langle Y \rangle \cong Y^*$?“ nach der Freiheit des Erzeugendensystems Y unentscheidbar. Beweisen Sie dies durch eine Reduktion von PKP auf das Freiheitsproblem. Konstruieren Sie dafür zu einem PKP ein Erzeugendensystem, dessen Freiheit bzw. Unfreiheit äquivalent zur Kombinierbarkeit des Produktionensystems ist.

Hinweis: Sei (P, B) mit $P = \{(p_i, q_i) \mid 1 \le i \le n\} \subset B^+ \times B^+$ ein PKP. Ferner sei $C = \{\gamma_1, \ldots, \gamma_n\} \subset B^+$ ein präfixfreier Code, $\$ \notin B$ und $A := B \cup \{\$\}$. Unter $w^\$$ verstehe man $w_1\$ \ldots w_{|w|}\$$, ${}^\$w$ sei analog linksseitig definiert (vgl. Vorlesung). Betrachten Sie nun $Y := \{(p_i^\$, \gamma_i^\$), ({}^\$q_i, {}^\$\gamma_i) \mid 1 \le i \le n\} \cup \{(\$, \$)\}$.

Hinweis: Dies ist das letzte Übungsblatt zu Informatik III im Wintersemester 1998/1999.