Satz: Jeder vollständige deterministische Akzeptor a läßt sich auf den durch die Rechtskongruenz X^*/L_a definierten Akzeptor reduzieren.

Korollar: Vollständige deterministische reduzierte Akzeptoren sind isomorph.

Zusammenfassung: Sind a und b endliche Akzeptoren und ist $L_a = L_b$, dann lassen sich a und b durch Reduktionen und Überlagerungen verbinden, wie das durch das folgende Diagramm beschrieben wird

$$a = a_1 \xrightarrow[\varphi_1]{} a_2 \xleftarrow[\varphi_2]{} a_3 \overset{}{\underset{\psi}{\dashrightarrow}} \tilde{a} \cong \tilde{b} \underset{\psi'}{\dashleftarrow} b_3 \xrightarrow[\varphi_2']{} b_2 \xleftarrow[\varphi_1']{} b_1 = b$$

Hierin sind φ_1, φ_2, φ_1', φ_2' Reduktionen (Kantenbrechen, 1-Kantenelimination) und Ψ, Ψ' sind Überlagerungen. Dieses Diagramm weicht von unserem Diagramm auf Seite 107 insofern ab, als wir auf die dort gegebene „vollständige“ Reduktion verzichten und das Vervollständigen in die Überlagerung mit hereingezogen haben.

Realisierung von Akzeptoren

Auf die Frage nach der Realisierung endlicher Akzeptoren durch Schaltwerke oder sequentielle Schaltkreise sind wir nur grundsätzlich eingegangen. Die angegebene Konstruktion liefert eine Lösung für Akzeptoren a mit $|\mu(s)| = 1$, deren Kosten linear mit der Anzahl der Kanten von a wächst. Die Zustandsmenge dieser Realisierung hat $2^{|a|}$ Elemente. Macht man a zunächst deterministisch um dann Standardmethoden zur Realisierung boolescher Funktionen auf der Basis einer Kodierung der Zustände durch eine Numerierung mit Dualzahlen minimaler Länge, dann mögen wesentlich aufwendigere Realisierungen entstehen. Eine befriedigende systematische Theorie zur Lösung dieses Problems gibt es noch nicht.

Schlußbemerkung zu dem Kapitel „Endliche Akzeptoren“

Eine natürliche Weiterführung der Theorie der endlichen Akzeptoren besteht in der Ergänzung des Akzeptors durch ein „Eingabeband“, auf dem sich der Lesekopf in beiden Richtungen bewegen darf. Das hier behandelte Modell läßt das Lesen nur in einer Richtung zu. Man kann zeigen,daß diese Erweiterung nicht über reguläre Mengen hinausführt. Allerdings kann man zeigen, daß es zu gewissen regulären Mengen L 2-Wege-Akzeptoren gibt, die wesentlich kleiner sind, als jeder 1-Wege-Akzeptor von L. Die Größe des deterministischen 1-Wege-Akzeptors mag $2^{|a|^2}$ betragen, wenn $|a|$ die Größe des 2-Wege-Akzeptors ist.

Theorie der Berechenbarkeit

Erarbeitung einer Übereinkunft, was unter berechenbaren Funktionen zu verstehen ist. Hat man sich darüber geeinigt, stellen sich z. B. die folgenden Fragen:

(1) Gegeben seien zwei berechenbare Funktionen g, h. Ist $f = h$. Hierbei spielt es natürlich eine Rolle, in welchen Sprachen f und h definiert sind.

(2) Wir schwächen (1) ab zu der Frage:
   (a) Ist Definitionsbereich(f) = Definitionsbereich(g)? Oder noch schwächer:
   (b) Ist Definitionsbereich(f) $\subset M$ und $u \in M$, gilt $u \in$ Definitionsbereich(f)?
   (c) Haben folgende Fragen die gleiche Qualität?

$$\begin{array}{lll} u & \in & \text{Definitionsbereich}(f) \text{ und} \\ u & \notin & \text{Definitionsbereich}(f) \end{array}$$

(3) Kann man jede Funktion, die man „effektiv“ definieren kann, auch berechnen?
Beispiel: Sei $\chi : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \{0, 1\}$ berechenbar.

$$M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \chi(x, y) = 1\}$$

Die Frage $(x, y) \in M$ ist entscheidbar, da wir vorausgesetzt haben, daß $\chi(x, y)$ für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ berechnet werden kann. Nun projizieren wir M auf die X-Achse. Die Projektion sei P_1. Also

$$P_1(x, y) = x.$$

Frage: Kann man die Frage

$$x \in P_1(M)$$

entscheiden? Die Funktion

$$\chi_1 : \mathbb{R} \longrightarrow \{0, 1\}$$

mit $\chi_1(x) = 1 \iff x \in P_1(M)$
ist wohldefiniert. Kann man χ_1 berechnen?

(4) Kann man von manchen „effektiv“ definierten Funktionen zeigen, daß sie nicht berechenbar sind?

(5) Kann man für berechenbare Funktionen abschätzen, wie „schwierig“ es mindestens ist, sie zu berechnen?

(6) Gibt es eine Klassifikation der berechenbaren Funktionen, in der sich diese Fragen widerspiegeln?

Diese Fragen sind älter als der heute allgemein akzeptierte Begriff der Berechenbarkeit. Z. B. hat B. Riemann bereits vor 150 Jahren die möglichen Definitionsbereiche von Funktionen klassifiziert, die auf Teilmengen von $\mathbb{C}$ durch Potenzreihen und deren möglichen Fortsetzungen definiert werden können. In dem Fortsetzungsbegriff ist auch bereits ein algorithmischer Aspekt enthalten.