Universität des Saarlandes
Fachbereich 14 – Informatik
Prof. Dr. G. Hotz / Dr. E. Schömer / T. Warken

8. Übungsblatt Informatik IV

(Abgabe: 17.Juni 1999)

1. **Aufgabe**: WECHSELSCHALTUNG MIT n SCHALTERN (Punkte: 5)

   (a) Sei $n \geq 1$. Definieren Sie induktiv eine Formel $F(n)$, die die atomaren Formeln $x_1, \ldots, x_n$ enthält, mit folgender Eigenschaft: Für jede Belegung $\alpha : \{x_1, \ldots, x_n\} \to \{0, 1\}$ gilt, daß das Ändern irgendeines der Werte $\alpha(x_1), \ldots, \alpha(x_n)$ auch $\alpha(F(n))$ ändert.

   (b) Sei nun $n \geq 2$. Können Sie eine Formel $G(n)$ angeben, die die atomaren Formeln $x_1, \ldots, x_n$ enthält, mit folgender Eigenschaft: Sei $\alpha : \{x_1, \ldots, x_n\} \to \{0, 1\}$ eine beliebige Belegung. Der Wert $\alpha(G(n))$ soll sich genau dann ändern, wenn man eine gerade Anzahl (mindestens zwei) der Werte $\alpha(x_1), \ldots \alpha(x_n)$ ändert?

2. **Aufgabe**: VERWIRRENDE DIÄT (Punkte: 4)

   "Worin besteht das Geheimnis Ihres langen Lebens?" wurde ein 100-jähriger gefragt. "Ich halte mich streng an die Diätregeln: Wenn ich kein Bier zu einer Mahlzeit trinke, dann habe ich immer Fisch. Immer wenn ich Fisch und Bier zur selben Mahlzeit habe, verzichte ich auf Eiscreme. Wenn ich Eiscreme habe oder Bier meide, dann rühre ich Fisch nicht an." Der Fragesteller fand diesen Ratschlag ziemlich verwirrend. Können Sie ihn vereinfachen?

3. **Aufgabe**: ÄQUIVALENTE FORMELN (Punkte: 4)

   Eine Belegung $\alpha : D \to \{0, 1\}$ mit $D \subset X$ heißt *passend* zu einer aussagenlogischen Formel F, wenn F nur atomare Formeln aus D enthält. Zwei Formeln F und G heißen *äquivalent*, falls für jede Belegung α, die sowohl zu F als auch zu G passend ist, $\alpha(F) = \alpha(G)$ gilt. Wieviele paarweise nicht äquivalente Formeln gibt es, die nur die atomaren Formeln $x_1, \ldots, x_n$ enthalten?

4. **Aufgabe**: NORMALFORMEN (Punkte: 7)

   Eine aussagenlogische Formel F über den atomaren Formeln $x_1, \ldots, x_n$ heißt in *konjunktiver Normalform* (KNF), wenn sie von der Form

   $$F = \Big(\bigwedge_{i=1}^{m} \Big(\bigvee_{j=1}^{k_i} l_{i,j} \Big) \Big)$$

   ist. Sie heißt in *disjunktiver Normalform* (DNF), wenn sie von der Form

   $$F = \Big(\bigvee_{i=1}^{m} \Big(\bigwedge_{j=1}^{k_i} l_{i,j} \Big) \Big)$$

   ist. Dabei gelte jeweils $l_{i,j} \in \{x_1, \neg x_1, \ldots, x_n, \neg x_n\}$ für alle $i = 1, \ldots, m$ und $j = 1, \ldots, k_i$. Zeigen Sie durch strukturelle Induktion über den Formelaufbau, daß es zu jeder aussagenlogischen Formel F eine äquivalente Formel in DNF und eine äquivalente Formel in KNF gibt.