Universität des Saarlandes
Fachbereich 14 – Informatik
Prof. Dr. G. Hotz / Dr. B. Schieffer / A. Reichert

11. Übungsblatt Schaltkreis-Theorie

(Abgabe: Freitag, den 11.7.97)

Aufgabe 1: Sei $\mathfrak{A} := \{A, B, C, \ldots, a, b, c, \ldots, z\}$ und $f : \mathfrak{A}^\star \to \mathbb{N}$ eine injektive Abbildung. Definieren Sie f auf einem geeigneten $D \subset \mathfrak{A}^\star$ derart, daß $f(\nu) = \mu$, falls ν Ihr Name und μ Ihre Matrikelnummer ist.

Aufgabe 2: Sei $R := \left\{ \boxed{-} \circ \boxed{+} = 1, \boxed{+} \circ \boxed{-} = 1, \boxed{-} \circ \top = \top \right\}$. Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ definieren wir die Konstanten c_n durch:

$$\begin{aligned} c_0 &:= \top \\ c_{n+1} &:= \boxed{+} \circ c_n \end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß für alle $n, m \in \mathbb{N}_0$ gilt, daß $c_n =_R c_m$.

Aufgabe 3: Sei **while** $\in \mathfrak{A}$ und $f, g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ zwei Funktionen, die durch $F, G \in \mathfrak{A}^{if}$ realisiert werden, das heißt: $\phi(\alpha^\star(F)) = f$ und $\phi(\alpha^\star(G)) = g$. Sei $h : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ so definiert, daß sich $h(i, x)$ aus dem Wert der Variable x nach Abarbeitung des folgenden Programmcodes ergibt:

```
while i > 0
    do help := x;
        x := f(i, x);
        i := g(i, help);
    od;
```

Definieren Sie $\alpha(\textbf{while})$ derart, daß $\phi(\alpha^\star(\textbf{while} \circ (\underline{i} \times \underline{x}))) = h(i, x)$

Aufgabe 4: Sei die Ackermannfunktion $A : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gegeben durch:

$$\begin{aligned} A(0,\, x) &:= x^2 \\ A(n+1,\, 0) &:= 2 \\ A(n+1,\, x+1) &:= A(n,\, A(n+1,\, x)) \end{aligned}$$

Definieren Sie für $add, mult, ack \in \mathfrak{A}$ die Verfeinerung α so, daß

$$\begin{aligned} \phi(\alpha^\star(add \circ (\underline{n} \times \underline{x}))) &= n + x \\ \phi(\alpha^\star(mult \circ (\underline{n} \times \underline{x}))) &= n * x \\ \phi(\alpha^\star(ack \circ (\underline{n} \times \underline{x}))) &= A(n, x) \end{aligned}$$

Skizzieren Sie die *Berechnung* von $A(1, 1)$.