Universität des Saarlandes
Fachbereich 14 – Informatik
Prof. Dr. G. Hotz / Dr. B. Schieffer / A. Reichert

10. Übungsblatt Schaltkreis-Theorie

(Abgabe: Freitag, den 4.7.97)

Aufgabe 1: Sei $XOR \in \mathfrak{A}^\star$ ein Schaltkreis, der durch einen Haftfehler in den fehlerhaften Schaltkreis $XOR_f \in \mathfrak{A}^\star$ überführt wird:

$$\begin{aligned} XOR &:= NAND \circ (NAND \times NAND) \circ (1 \times (\curlywedge \circ NAND) \times 1) \circ (\curlywedge \times \curlywedge) \\ XOR_f &:= NAND \circ (1 \times \top_0) \circ (1 \times \bot) \circ \\ & \quad\ (NAND \times NAND) \circ (1 \times (\curlywedge \circ NAND) \times 1) \circ (\curlywedge \times \curlywedge) \end{aligned}$$

Beschreiben Sie eine mögliche Berechnung eines Testmusters durch den D-Algorithmus, bei der ein Backtrack benötigt wird.

Aufgabe 2: Sei $a : T \times T \to T$ eine binäre Operation. Die Morphismen der X-Kategorie $\mathfrak{A}^\star$ mit $\mathfrak{A} := \{a\}$ lassen sich als geklammerte Terme über a interpretieren. Welche Eigenschaft von a drückt die Regelmenge

$$R := \{a \circ (1 \times a) = a \circ (a \times 1)\}$$

aus? Seien weiterhin K_n eine Kette der Operation a auf n Elementen und B_n ein balancierter Baum der Operation a auf n Elementen:

$$\begin{aligned} K_1 &:= 1 \\ K_{n+1} &:= a \circ (K_n \times 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1 &:= 1 \\ B_{2n} &:= a \circ (B_n \times B_n) \end{aligned}$$

Zeigen Sie

$$\begin{aligned} a \circ (a \times 1) \circ (K_i \times K_j \times 1) &=_R a \circ (a \times 1) \circ (K_i \times 1 \times K_j) && (1) \\ a \circ (K_i \times K_{j+1}) &=_R a \circ (K_{i+1} \times K_j) && (2) \\ 1 \le j < i \Rightarrow \quad K_i &=_R a \circ (K_{i-j} \times K_j) && (3) \\ n = 2^k \Rightarrow \quad B_n &=_R K_n && (4) \end{aligned}$$

Tip: Zeichnen Sie ebene Netze, deren Knoten γ_1^2 die Operation a symbolisieren, über die Morphismen in $\mathfrak{A}^\star$.