Universität des Saarlandes
Fachbereich 14 – Informatik
Prof. Dr. G. Hotz / Dr. B. Schieffer / A. Reichert

8. Übungsblatt Schaltkreis-Theorie

(Abgabe: Freitag, den 20.6.97)

Aufgabe 1: Sei $R := \{ab = ba\}$ eine Relation auf dem Monoid $T^\star := \{a, b\}^\star$. Zeigen Sie

$$T^\star_{/R} \quad \cong \quad a^\star b^\star$$

Aufgabe 2: Sei

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{Z} & := & \{\sigma, \sigma^{-1}\} \\ T & := & \{1\} \\ 1_n & := & 111\cdots 1 \in T^\star \text{ (String aus } n \text{ Einsen)} \\ R & := & \{\sigma \circ \sigma^{-1} = 1_2,\ \sigma^{-1} \circ \sigma = 1_2,\ (\sigma \times 1) \circ (1 \times \sigma) \circ (\sigma \times 1) = (1 \times \sigma) \circ (\sigma \times 1) \circ (1 \times \sigma)\} \end{array}$$

und $\mathcal{Z}^\star_{/R}$ die in der Vorlesung definierte x-Kategorie der Zöpfe.

(a) Zeigen Sie, daß die Menge $\{z \in \mathcal{Z}^\star_{/R} \mid Q(z) = Z(z) = 1_n\}$ der n-fädigen Zöpfe eine Gruppe bilden.

(b) Zeigen Sie, daß in $\mathcal{Z}^\star_{/R}$ für alle $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3 \in \{-1, 1\}$ gilt:

$$\epsilon_2 \in \{\epsilon_1, \epsilon_3\} \quad \Rightarrow \quad (\sigma^{\epsilon_1} \times 1) \circ (1 \times \sigma^{\epsilon_2}) \circ (\sigma^{\epsilon_3} \times 1) = (1 \times \sigma^{\epsilon_3}) \circ (\sigma^{\epsilon_2} \times 1) \circ (1 \times \sigma^{\epsilon_1})$$

(c) Sei nun $\epsilon_2 := 1$. Zeichnen Sie für alle $\epsilon_1, \epsilon_3 \in \{-1, 1\}$ die Zöpfe $(\sigma^{\epsilon_1} \times 1) \circ (1 \times \sigma) \circ (\sigma^{\epsilon_3} \times 1)$ und $(1 \times \sigma^{\epsilon_3}) \circ (\sigma \times 1) \circ (1 \times \sigma^{\epsilon_1})$ und begründen Sie mit Ihrer Zeichnung, warum in Teil (b) die Bedingung „$\epsilon_2 \in \{\epsilon_1, \epsilon_3\}$“ benötigt wird.