Universität des Saarlandes
Fachbereich 14 – Informatik
Prof. Dr. G. Hotz / Dr. B. Schieffer / A. Reichert

7. Übungsblatt Schaltkreis-Theorie

(Abgabe: Freitag, den 13.6.97)

Aufgabe 1: Sei $M_{\mathbb{Z}}$ die Menge der Matrizen über $\mathbb{Z}$. $Q : M_{\mathbb{Z}} \to \mathbb{N}$ gebe die Anzahl der Spalten einer Matrix und $Z : M_{\mathbb{Z}} \to \mathbb{N}$ die Anzahl der Zeilen einer Matrix wieder. $\circ$ sei die Matrizenmultipliquation und $\times$ das Kroneckerprodukt. Zeigen Sie, daß die Einheitsmatrix $E_1 = (1)$ mit $Q(E_1) = Z(E_1) = 1$ kein Erzeugendensystem der monoidalen Kategorie der Matrizen $(M_{\mathbb{Z}}, \mathbb{N}, Q, Z, \circ, \times)$ darstellt.

Aufgabe 2: Sei γ_m^n – wie in der Vorlesung definiert – ein ebenes Netz, das aus einem Knoten mit n Eingängen und m Ausgängen besteht. Wir setzen

$$\begin{aligned} R_1 &:= \gamma_1^2 \\ R_k &:= R_1 \circ (R_{k-1} \times R_{k-1}) \text{ für } k > 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1 &:= \gamma_1^2 \\ I_k &:= I_{k-1} \times I_{k-1} \text{ für } k > 1 \end{aligned}$$

(a) Zeichnen Sie jeweils einen Repräsentanten von R_4 und I_4.

(b) Zeigen Sie:

$$R_k = I_1 \circ I_2 \circ \ldots \circ I_k$$

Aufgabe 3: Sei $\mathcal{A}^\star = (\mathcal{A}, T, Q, Z, \circ, \times)$ wie in der Vorlesung über dem Alphabet $\mathcal{A}$ der Bausteine, dem Alphabet T der Typen, den Quelle- und Zielfunktionen $Q, Z : \mathcal{A} \to T^\star$ und den Verknüpfungen $\circ, \times$ definiert. Zeigen Sie

$$(f_1 \circ g_1) \times (f_2 \circ g_2) = (f_1 \times f_2) \circ (g_1 \times g_2) \;\; \forall f_1, f_2, g_1, g_2 \in \mathcal{A}^\star$$