Universität des Saarlandes
Fachbereich 14 – Informatik
Prof. Dr. G. Hotz / Dr. B. Schieffer / A. Reichert

4. Übungsblatt Schaltkreis-Theorie

(Abgabe: Freitag, den 16.5.97)

Aufgabe 1: Sei M eine Boolesche Algebra, $E := \{e_1, e_2, \ldots, e_n\} \subset M$. Zeigen Sie, daß für die Menge $A(<E>)$ der Atome von $<E>$ gilt:

$$A(<E>) \quad = \quad \{e_1^{\epsilon_1} \ldots e_n^{\epsilon_n} \mid (\epsilon_1, \ldots, \epsilon_n) \in \mathbb{B}^n, e_1^{\epsilon_1} \ldots e_n^{\epsilon_n} \neq 0\}$$

Aufgabe 2: Sei M eine endliche und freie Boolesche Algebra. Zeigen Sie mit der vorigen Aufgabe, daß M isomorph zu S_n ist für ein geeignetes n.

Aufgabe 3: Sei $f : \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}^n$ eine bijektive Abbildung. Sei $h : S_n \to S_n$ mit

$$h(g) \quad := \quad g \circ f$$

Zeigen Sie, daß $h \in G(S_n)$ und folgern Sie daraus, daß $E_h := \{h(x_1), h(x_2), \ldots, h(x_n)\}$ ein freies Erzeugendensystem von S_n ist.

Aufgabe 4: Die Boolesche Algebra $(\mathbb{B}^n, \cup, \cdot, \bar{\ })$ ist das cartesische Produkt der Booleschen Algebra $(\mathbb{B}, \cup, \cdot, \bar{\ })$. Bestimmen Sie ihre Atome $A(\mathbb{B}^n)$.
Sei nun $h : \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}^m$ ein Homomorphismus von $\mathbb{B}^n$ in $\mathbb{B}^m$ und $n > m$. Zeigen Sie, daß $h(a) = 0$, falls $h(a) = h(b)$ und $a, b \in A(\mathbb{B}^n)$. Man möchte nun die Operationen der großen Algebra $\mathbb{B}^n$ auf der kleinen Algebra $\mathbb{B}^m$ testen. Ist die Güte dieses Tests für alle Komponenten in $\mathbb{B}^n$ gleich?